



## Trabajo, Calor y Primera Ley de la Termodinámica

### 3.1 Trabajo

Es una interacción de energía entre el sistema y sus alrededores asociada con una fuerza que actúa a lo largo de una distancia.

$$W_{12} = \int_1^2 \delta W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 F dr \cos \alpha \quad [3.1]$$

$$[W] = kJ = kN.m = kg.m^2 / s^2$$

Otras formas de expresarlo son:

$$\text{Potencia: } [\dot{W}] = kW$$

$$\text{Trabajo por unidad de masa: } [w] = kJ / kg$$

El símbolo  $\delta W$  implica que esta no es una diferencial exacta, si no que depende del camino realizado para ir del estado inicial al final. Por este motivo la integral no nos da el valor  $\Delta W$  sino el trabajo neto intercambiado durante el proceso de ir de un estado (1) a un estado (2) arbitrario  $W_{12}$ . El trabajo es un intercambio de energía a través de la pared, es decir, no es una energía almacenada por el sistema y por tanto no es una característica del estado del mismo, i.e., no es variable o función de estado.

En general, el trabajo termodinámico podemos expresarlo en término de propiedades termodinámicas de interés:

$$W_{12} = \int_1^2 F dx = \int_1^2 P.A dx = \int_1^2 P d(Ax) = \int_1^2 P dV \quad [3.2]$$

En termodinámica se adopta el mismo criterio de signos que en mecánica (consensuado por la IUPAC en 1970). Si el **sistema gana energía se considera que el trabajo es positivo, y si el sistema pierde energía (es decir, la gana el medio) se considera que el trabajo es negativo.**

Ahora interesa, expresar ese trabajo en función de las variables de estado que determinan el estado del sistema.

### 3.1.1 Diferentes formas de trabajo cuasi-estático

Damos a continuación la expresión correspondiente al trabajo de varios sistemas simples y de uso importante en la termodinámica.

---

#### Trabajo de frontera móvil o de Expansión/Compresión

$$\delta W = Fdx = \left(\frac{F}{A}\right)d(xA) = PdV$$

En este caso el sistema interacciona con el medio a través de una pared que permite una variación de volumen. El medio ejercerá una presión uniforme sobre toda la superficie de modo que ésta cambia de forma y tamaño.

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

donde P es la presión ejercida por el sistema y dV el cambio de volumen infinitesimal del sistema debido a la acción de la presión

---

#### Trabajo del Resorte

$$\delta W = Fdx = (kx)dx$$

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} (kx)dx = \frac{k}{2}(x_2 - x_1)^2$$

donde la Fuerza de un Resorte de comportamiento lineal, por ejemplo, viene dada por la Ley de Hook

---

#### Trabajo de Superficie

$$\delta W = Fdx = \sigma 2Ldx = \sigma dA$$

$$W_{12} = \int_{A_1}^{A_2} \sigma dA$$

donde **F** es la fuerza que actúa sobre la película y **dx** la longitud que avanza, y pueden ser expresadas en términos de la tensión superficial del fluido y el área de cambio

---

#### Trabajo Eléctrico

$$\delta W = qdV$$

$$W_{12} = \int_{A_1}^{A_2} qdV$$

donde q es la carga y V es el potencial o fuerza electromotriz

---

## 3.2 Calor

El Calor, se define como la transferencia de energía entre el sistema y sus alrededores dada por la existencia de gradientes de temperatura, en busca de la homogenización térmica del sistema. Por lo que el calor posee unidades de energía:

$$[Q] = kJ$$

Cuando dos sistemas, a temperaturas diferentes, se ponen en contacto, la temperatura final que ambos alcanzan tiene un valor intermedio entre las dos temperaturas iniciales. Ha habido una diferencia de temperatura en estos sistemas. Uno de ellos ha perdido "calor" (su variación de temperatura es menor que cero ya que la temperatura final es menor que la inicial) y el otro ha ganado "calor" (su variación de temperatura es positiva).

De igual forma se define al calor como una variable de proceso, es decir, el calor no es una propiedad del estado sino que depende del proceso efectuado entre dichos estados, lo cual puede escribirse como:

$$Q_{12} = \int_1^2 \delta Q \quad [3.3]$$

De igual forma puede definirse una velocidad de transferencia de calor:  $[\dot{Q}] = kW$ , la cual está relacionada con el calor de la siguiente forma:

$$Q_{12} = \int_1^2 \dot{Q} dt \quad [3.4]$$

En algunos casos es conveniente definir el calor por unidad de masa:  $[q] = kJ / kg$

Durante mucho tiempo se pensó que el calor era una especie de "fluido" que pasaba de un cuerpo a otro (Teoría del calórico). Hoy se sabe que el calor es una onda electromagnética (posee la misma naturaleza que la luz) y su emisión depende de la vibración de los electrones de los átomos que forman el sistema (véase mecánica cuántica).

La convención termodinámica de signos para el calor, indica que si la transferencia de calor es hacia el sistema el calor es positivo y si es el sistema el que cede calor a su entorno el mismo es negativo. El convenio de signos es contrario al del adoptado para el trabajo.

### 3.2.1 Mecanismos de Transferencia de Calor

Los mecanismos básicos de transferencia de calor son: **conducción, convección y radiación**. A continuación se presenta una breve descripción de cada uno de ellos, ya que su estudio detallado se verá en cursos posteriores de transferencia de calor.

---

## Conducción

Transferencia de energía desde las partículas más energéticas de una sustancia (sólida, líquida o gaseosa) a las partículas adyacentes menos energéticas, por la interacción entre ellas.

### Ley de Fourier

$$\dot{Q}_x = -\kappa A \frac{dT}{dx}$$

$\kappa$ : conductividad térmica del material

A: área transversal a la dirección de flujo

$\frac{dT}{dx}$ : gradiente de temperatura en la dirección del flujo

---

## Convección

Transferencia de energía entre una superficie sólida y un fluido (gaseoso y líquido) adyacente en movimiento y con otra temperatura.

### Ley de Enfriamiento de Newton

$$\dot{Q}_c = hA(T_s - T_f)$$

h: coeficiente convectivo del fluido

A: área de la superficie de contacto

T<sub>s</sub>: temperatura del sólido

T<sub>f</sub>: temperatura del fluido

---

## Radiación Térmica

Transferencia de energía resultante de la energía emitida por la materia como resultado de los cambios en las configuraciones de sus átomos. No requiere de un medio para propagarse, puede tener lugar en el vacío. Las sustancias pueden emitir, absorber y transmitir radiación térmica en distintos grados.

### Ley de Stefan-Boltzmann

$$\dot{Q}_e = \varepsilon \sigma A T_s^4$$

$\varepsilon$ : emisividad ( $0 \leq \varepsilon \leq 1,0$ )

$\sigma$ : constante de Stefan-Boltzmann

A: área de la superficie de contacto

T<sub>s</sub>: temperatura del sólido

---

## 3.3 Equivalente mecánico del Calor

Si el calor es precisamente otra forma de energía, cualquier unidad de energía puede ser una unidad de calor. El tamaño relativo de las "unidades de calor" y las "unidades mecánicas" puede encontrarse a partir de los experimentos en los cuales una cantidad conocida de energía mecánica, medida en joules, se añade al sistema (recipiente de agua, por ejemplo). Del aumento de temperatura medido puede calcularse cuanto calor (en calorías) tendremos que añadir a la muestra de agua para producir el mismo efecto. De esa manera puede calcularse la relación entre **Joule y calorías**, es decir, el llamado equivalente mecánico del calor. Originalmente Joule utilizó un aparato en el cual unas pesas, al caer, hacían girar un conjunto de paletas sumergidas en agua. La pérdida de energía mecánica (debido al rozamiento) se calculaba conociendo la masa de las pesas y las alturas de las cuales caían.

---

La energía calórica equivalente era determinada a través de la masa de agua y su aumento de temperatura. Los resultados aportados fueron: 1 kcal = 1000 cal = 4186 joules. Es decir 4186 Joules de energía elevarán la temperatura de 1 kg de agua en 1 °C, lo mismo que 1000 calorías.

$1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J}$ $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$ $1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal} = 777,6 \text{ lb.ft/BTU}$
--



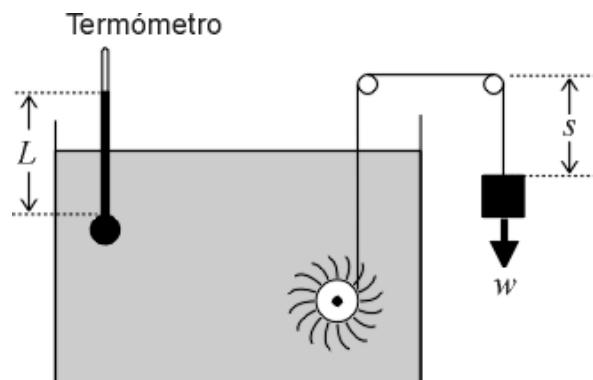
Figura 3.1

La Figura 3.2 muestra un sistema similar formado por un recipiente lleno de agua, un termómetro y una rueda de paletas. Este sistema puede interactuar con el sistema más sencillo A' compuesto por un peso y la tierra que ejerce una fuerza gravitatoria conocida sobre este peso. Los dos sistemas interactúan puesto que el peso al caer hace que la rueda gire y agite el agua.

Esta interacción es adiabática, ya que la única conexión entre los dos sistemas es la cuerda, que sólo transmite una cantidad despreciable de calor. El parámetro externo que describe el sistema A' es la distancia  $s$  del peso por debajo del nivel de la polea. Si el peso desciende una distancia  $\Delta s$  sin variación de velocidad, la energía media del sistema A' se reduce en una cantidad  $w\Delta s$ , que es la disminución de la energía potencial del peso que resulta del trabajo realizado sobre él por la gravedad (el peso desciende normalmente con velocidad constante, puesto que alcanza muy rápidamente su velocidad límite).

Si la velocidad del peso estuviese cambiando, la variación de la energía media de A' vendría dada por la variación de la suma de las energías cinética y potencial del peso). Como el sistema combinado formado por A y A' está aislado, la energía media del sistema A debe aumentar entonces en el proceso en una cantidad  $w\Delta s$ ; es decir, el peso que cae, A', realiza un trabajo  $w\Delta s$  sobre el sistema aislado adiabáticamente, A.

Figura 3.2



### 3.4 Primera Ley de la Termodinámica para un Sistema Cerrado

En termodinámica se encuentra experimentalmente que, cuando en un sistema **cerrado** ha cambiado su estado **inicial** al **final**, la cantidad  $Q - W$  dependen solo de las coordenadas iniciales y finales y no del camino tomado entre estos puntos extremos. Se concluye que hay una función de las coordenadas termodinámicas cuyo valor final menos su valor inicial es igual al cambio  $Q - W$  en el proceso. A esta función se le llama **Energía** y la ecuación siguiente es la versión matemática de la **Primera Ley de la Termodinámica para un Sistema Cerrado**.

$$\Delta E = Q - W \quad [3.5]$$

o su versión diferencial:

$$dE = \delta Q - \delta W \quad [3.6]$$

Donde **E** es la Energía Total del sistema, y se define como una función de estado asociada con la sumatoria de todas las posibles formas de energía que posee el sistema.

$$E = E_k + E_p + U$$

La energía potencial y la energía cinética son dos elementos a considerar, tanto en la mecánica como en la termodinámica. Estas formas de energía se originan por la posición y el movimiento de un sistema en conjunto, y se conocen como la **energía externa del sistema**. Por su parte la **energía interna** del sistema, está dada por la energía cinética y potencial de las moléculas, átomos y partículas subatómicas que constituyen el sistema.

**Energía cinética:** energía asociada al movimiento, traslación o rotación, de una partícula o un cuerpo.

$$E_k = \frac{1}{2} mV^2$$

**Energía potencial:** energía asociada con la posición de una partícula o cuerpo en un campo potencial. Depende de los campos externos a los que está sometido el sistema y viene dada por una función de la posición:

$$E_p = mgz$$

**Energía interna:** energía asociada a la condición interna de las partículas de un sistema, constituye la sumatoria de todas las formas de energía microscópicas presentes en el sistema. Considera la energía de las partículas que constituyen el sistema y sus interacciones a corta distancia. La energía interna de un sistema,  $U$ , tiene la forma de energía cinética y potencial de las

moléculas, átomos y partículas subatómicas que constituyen el sistema, es decir,

$$U = E_{k,int} + E_{p,int} = \sum_j \frac{1}{2} m_j V_j^2 + \sum_j m_j g z_{ij}$$

Desde un punto de vista de magnitud, en los sistemas termodinámicos típicos se da que:  $\Delta U \gg \Delta E_K, \Delta E_P$  por tanto, en la práctica podemos aproximar la ecuación anterior a:

$$\Delta U = Q - W \quad [3.7]$$

Donde Q y W son las únicas formas de energía transferibles entre el sistema y sus alrededores durante el proceso que llevó al sistema del estado inicial *i* al estado final *f*. Y la diferencia entre la energía interna del sistema en el estado *f* ( $U_f$ ) y el estado inicial *i* ( $U_i$ ) es el cambio de energía interna del sistema, y tiene un valor determinado independientemente de la forma en que el sistema pasa del estado *i* al estado *f*.

En general, la Primera Ley de la Termodinámica es un balance de energía que representa para un sistema dado el Principio de Conservación de la Energía. Se pueden escribir distintas expresiones para el balance de energía

Balances de Energía para un Sistema Cerrado:

<b>Forma Integral</b>	$\Delta E \approx \Delta U = Q - W$ (kJ)	[3.5]
<b>Forma Diferencial</b>	$dE \approx dU = \delta Q - \delta W$ (kJ)	[3.6]
<b>En términos de Potencia</b>	$\frac{dE}{dt} \approx \frac{dU}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$ (kW)	[3.8]

### 3.4.1 Balance de Energía en un Ciclo

Como un ciclo es todo aquel proceso que inicia y termina en un mismo estado termodinámico, por tanto, el sistema recupera su estado inicial al final del ciclo y no hay cambio neto en su energía total. Por lo anterior el balance de energía para un ciclo toma la forma de:

$$\Delta E_{ciclo} \equiv 0 = Q_{ciclo} - W_{ciclo} \quad [3.9]$$

$$\therefore Q_{ciclo} = W_{ciclo}$$

Como en un ciclo pueden existir diversas fuentes con el cual el sistema intercambia energía (hacia o desde sus alrededores), el Q y W del ciclo implican las cantidades netas transferidas por el sistema, que este caso deben ser iguales.



### 3.5 Primera Ley de la Termodinámica para un Sistema Abierto

Para un sistema abierto la ecuación de conservación de la energía puede generalizarse considerando que al sistema puede entrar o salir energía con la masa, o que la presencia de reacción química puede influenciar la energía interna del sistema en cuyo caso, tomando como base una descripción euleriana del sistema podemos obtener una ecuación general para la Primera Ley de la Termodinámica, que resulta conveniente desarrollarla en término de flujos:

$$\sum \dot{E}_e - \sum \dot{E}_s = \left( \frac{dE}{dt} \right)_{vc} \quad [3.10]$$

La cual indica que la suma de todas las formas de energía que entran al sistema menos las que salen del sistema debe corresponder para que el principio de conservación de la energía se cumpla al cambio o acumulación de energía dentro del sistema o volumen de control.

De la misma forma el balance en flujos máxicos correspondiente será:

$$\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s = \left( \frac{dm}{dt} \right)_{vc} \quad [3.11]$$

Como la energía puede intercambiarse entre el sistema y sus alrededores en forma de calor, trabajo y con la masa que entra y sale del sistema, se tiene:

$$\dot{Q} + \sum_k \dot{m}_e e_e - \dot{W} - \sum_k \dot{m}_s e_s = \left( \frac{dE}{dt} \right)_{vc} \quad [3.12]$$

La energía total que trae la masa que entra o sale del sistema, posee las ya mencionadas contribuciones cinética, potencial e interna. Además se debe contabilizar el trabajo asociado con la presión de entrada y salida, denominado trabajo de flujo y expresado como:

$$\dot{W}_{flujos} = \dot{m}_i P_i v_i, \text{ donde } i = e, s \quad [3.13]$$

De esa forma queda:

$$\dot{Q} + \sum_k \dot{m}_e (e_k + e_p + u + Pv)_e - \dot{W} - \sum_k \dot{m}_s (e_k + e_p + u + Pv)_s = \left( \frac{dE}{dt} \right)_{vc} \quad [3.14]$$

Reemplazando por la definición de entalpía:  $h = u + Pv$ , queda:

$$\dot{Q} + \sum_k \dot{m}_e (e_k + e_p + h)_e - \dot{W} - \sum_k \dot{m}_s (e_k + e_p + h)_s = \left( \frac{dE}{dt} \right)_{vc} \approx \left( \frac{dU}{dt} \right)_{vc} \quad [3.15]$$

Finalmente,

$$\dot{Q} + \sum_k \dot{m}_e \left( \frac{1}{2} V^2 + gz + h \right)_e - \dot{W} - \sum_k \dot{m}_s \left( \frac{1}{2} V^2 + gz + h \right)_s = \left( \frac{dU}{dt} \right)_{vc} \quad [3.16]$$

La forma de resolución y posibles simplificaciones a los balances de masa y energía de las ecuaciones 3.11 y 3.16, dependerá de si el sistema opera en estado estacionario o no. A continuación se desarrollara cada caso.

### 3.5.1 Balances de Materia y Energía en Estado Estacionario

Para un sistema o volumen de control (VC) que opera en estado estacionario, las propiedades dentro del mismo no varían con el tiempo. En dicho caso la masa contenida dentro del VC, los flujos másicos y de energía que atraviesan sus fronteras son constantes con el tiempo. De esta forma los términos de acumulación respectivos se anulan en las ecuaciones 3.11 y 3.16:

$$\sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s \quad [3.17]$$

$$\dot{Q} + \sum_k \dot{m}_e \left( \frac{1}{2} V^2 + gz + h \right)_e - \dot{W} - \sum_k \dot{m}_s \left( \frac{1}{2} V^2 + gz + h \right)_s = 0 \quad [3.18]$$

En cada caso los flujos netos de masa y energía que entran al VC se igualan a los flujos netos de masa y energía de salida.

Existen varios dispositivos de interés en ingeniería que operan en estado estacionario y para los cuales las ecuaciones 3.17 y 3.18 pueden ser aplicadas y simplificadas de acuerdo al caso particular.

#### Dispositivos Comunes en Ingeniería que operan en Estado Estacionario

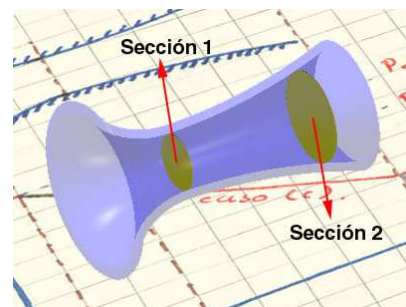
**A. Toberas y Difusores:** son conductos de área transversal variable que se emplean para aumentar (Tobera) o disminuir (Difusor) la velocidad de un gas o líquido, en la dirección del flujo.

Las Toberas funcionan como aceleradores por lo que:  $A_e > A_s$ ,  $Vel_s > Vel_e$  y  $P_e > P_s$

Los Difusores funcionan a la inversa, son desaceleradores por lo que:  $A_s > A_e$ ,  $Vel_e > Vel_s$  y  $P_s > P_e$

En ambos casos se puede considerar que:

- $\dot{Q} \approx 0$  Es muy pequeño por lo que suele despreciarse  $\Delta H \gg Q$
- $E_p \approx 0$  Despreciable  $\Delta H \gg \Delta E_p$
- $\dot{W} = 0$  No hay cambio de volumen
- $E_K$  : Puede ser considerado dependiendo de las velocidades



De acuerdo a lo anterior los balances de masa y energía para una Tobera o un difusor quedan:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s \quad [A.1]$$

$$\dot{m}_e \left( \frac{1}{2} V_e^2 + h_e \right) - \dot{m}_s \left( \frac{1}{2} V_s^2 + h_s \right) = 0 \quad [A.2]$$

Que pueden ser relacionadas a través de la ecuación de continuidad:

$$\dot{m} = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \rho \frac{L}{t} A = \rho V_e A = \frac{V_e A}{v}$$

$$\therefore \rho_e V_e A_e = \rho_s V_s A_s \quad [3.19]$$

**B. Turbinas:** son equipos que producen trabajo a partir de energía que trae una corriente fluida (gas o líquido). Cuando el fluido pasa por la turbina ejerce una fuerza sobre los álabes que están unidos a un eje, que al girar produce trabajo mecánico.

Se emplean con frecuencia en centrales de generación de energía (térmica y nuclear), en motores de aviación, en cuyo caso son turbinas de vapor. También existen turbinas hidráulicas como las que operan en las presas.

En las **Turbinas de Vapor**, un vapor sobrecalentado o saturado ingresa al dispositivo donde se expande a una presión menor para producir trabajo:  $P_e > P_s$ , en este caso es deseable por razones de mantenimiento del equipo que la corriente de salida tenga una calidad superior al 85%

$$\begin{aligned} \dot{Q} &\approx 0 && \text{Es deseable, pero puede no serlo} \\ E_p &\approx 0 && \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_p \\ E_k &\approx 0 && \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_k \end{aligned}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m} \quad [B.1]$$

$$\dot{Q} + \dot{m}_e h_e - \dot{W} - \dot{m}_s h_s = 0$$

$$\dot{W} = \dot{m}(h_e - h_s) + \dot{Q} \geq 0 \quad [B.2]$$

Debe cumplir con la convención de signos, por lo que al producirse debe dar un valor positivo.

**C. Bombas y Compresores:** son dispositivos empleados para aumentar la presión de una corriente fluida, a expensa de la alimentación de energía en forma de trabajo mecánico.

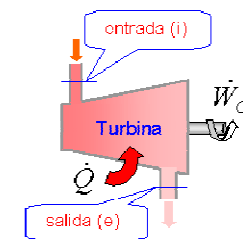
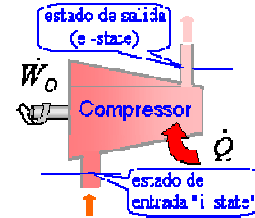


Fig. 1. Una turbina produce trabajo a expensas de la entalpía. El cambio en EC y EP no es alto.

Los **Compresores** se emplean para **Gases** mientras que las **Bombas** se emplean para **Líquidos**. En ambos casos  $P_s > P_e$ .

En ambos casos se puede considerar que:

- $\dot{Q} \approx 0$  Es deseable, pero puede no serlo
- $E_p \approx 0$  Despreciable  $\Delta H \gg \Delta E_p$
- $E_k \approx 0$  Despreciable  $\Delta H \gg \Delta E_k$



**Fig. 1.** Un Compresor eleva la presión a expensas de una entrada de trabajo. El cambio en EC y EP es bajo [C.1]

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

$$\dot{Q} + \dot{m}_e h_e - \dot{W} - \dot{m}_s h_s = 0$$

$$\dot{W} = \dot{m}(h_e - h_s) + \dot{Q} \leq 0 \quad [C.2]$$

Como se consume trabajo, el mismo debe dar un valor negativo para cumplir con la convención de signos.

**D. Restricciones de Flujo:** son dispositivos que al colocarse en el sentido del flujo ocasiona un descenso significativo de la presión del fluido.

Aquí entran las Válvulas, los Tubos Capilares y los Obturadores porosos:  $P_e \gg P_s$ .

- $\dot{Q} \approx 0$  Despreciable
- $\dot{W} = 0$  No hay trabajo termodinámico
- $E_p \approx 0$  Despreciable  $\Delta H \gg \Delta E_p$
- $E_k \approx 0$  Despreciable  $\Delta H \gg \Delta E_k$



**Fig. 1.** Un estrangulador reduce la presión. El cambio en EC y EP no es alto.

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m} \quad [D.1]$$

$$h_e = h_s \quad [D.2]$$



En este caso se dice que las Válvulas son **Isentálicas**, ya que en el proceso de expansión la entalpía no cambia.

**E. Cámaras de Mezclado:** son dispositivos que permiten la mezcla de 2 o mas fluidos. En la práctica pueden tanto tanques como nodos, tal y como "T" o "Y" de mezclado.

Para que 2 o mas líneas se mezclen la presión de cada entrada debe ser la misma y si se considera que la caída de presión en el equipo es despreciable (**isobárico**) luego:  $P_e = P_s$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &\approx 0 && \text{Despreciable} \\ \dot{W} &= 0 && \text{No hay trabajo termodinámico} \\ E_p &\approx 0 && \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_p \\ E_k &\approx 0 && \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_k \end{aligned}$$

$$\sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s \quad [E.1]$$

$$\sum \dot{m}_e h_e = \sum \dot{m}_s h_s \quad [E.2]$$

En este caso se dice que las Válvulas son **Isentálpicas**, ya que en el proceso de expansión la entalpía no cambia.

**F. Separadores:** son dispositivos que facilitan la separación de una corriente. En esta categoría se encuentran tanto los nodos de división o split como los tanques de separación por diferencia de densidad de mezclas bifásicas.

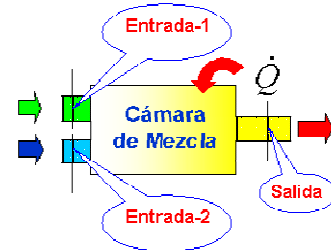
Estos equipos funcionan de forma **isobárica**:  $P_e = P_s$  e **isotérmica**  $T_e = T_s$ , luego las entalpías a la salida serán iguales a las de entrada a menos que se trate de una separación bifásica en la cual estará determinada por la calidad de cada corriente.

$$\begin{aligned} \dot{Q} &\approx 0 && \text{Despreciable} \\ \dot{W} &= 0 && \text{No hay trabajo termodinámico} \\ E_p &\approx 0 && \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_p \\ E_k &\approx 0 && \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_k \end{aligned}$$

$$\sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s \quad [F.1]$$

$$\sum \dot{m}_e h_e = \sum \dot{m}_s h_s \quad [F.2]$$

En el caso de un **separador bifásico** la entrada debe estar en mezcla de fases y las salidas corresponderán a líquido saturado (fondo) y vapor saturado (tope) a la presión de la entrada.

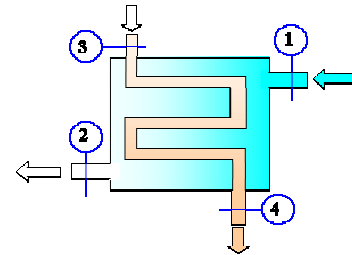


**Fig. 1.** El cambio en las energías cinética y potencial es despreciable a lo largo de la cámara.

**G. Intercambiadores de Calor:** son dispositivos que permiten el intercambio de energía (calor) entre dos fluidos. Son diseñados para que operen adiabáticamente, ya que se desea aprovechar al máximo la energía de la corriente mas energética para calentar la corriente menos energética.

Pueden ser **Abiertos**, si permite la mezcla de los fluidos, en cuyo caso existe una analogía directa con una cámara de mezclado. O pueden ser **Cerrados**, si permite el intercambio de calor sin que los fluidos se mezclen.

Es común considerar que estos equipos funcionan de forma **isobárica**:  $P_e = P_s$ , para cada corriente común, es decir, para el dibujo del intercambiador cerrado:



**Fig. 1.** Un intercambiador de calor cerrado.

$$P_1 = P_2$$

$$P_3 = P_4$$

$$P_1 \neq P_3$$

$$\dot{Q} = 0 \quad \text{Se desea **Adiabático**}$$

$$\dot{W} = 0 \quad \text{No hay trabajo termodinámico}$$

$$E_p \approx 0 \quad \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_p$$

$$E_k \approx 0 \quad \text{Despreciable } \Delta H \gg \Delta E_k$$

$$\sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s \Rightarrow \dot{m}_1 + \dot{m}_3 = \dot{m}_2 + \dot{m}_4 \quad [\text{G.1}]$$

$$\sum \dot{m}_e h_e = \sum \dot{m}_s h_s \Rightarrow \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_4 h_4 \quad [\text{G.2}]$$

Si se analiza cada corriente que ingresa al intercambiador por separado, es análogo a estudiar por un lado una **Caldera, Calentador o Evaporador** (corriente que se calienta) y por otro un **Enfriador o Condensador** (corriente que se enfría).

### Caldera, Calentador o Evaporador:

Para cada caso el dispositivo usa la energía proveniente de otro sistema: quema de un combustible, potencia eléctrica o fluido a mayor temperatura, para sobrecalentar, calentar o evaporar un fluido. En cada caso los equipos son considerados **isobáricos**:

$$P_e = P_s$$

$$T_e \leq T_s$$

La salida es vapor sobrecalentado, mezcla L+V o vapor saturado  $x_s = 1$  para los evaporadores

Los balances quedan:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m} \quad [\text{G.3}]$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_s h_s - \dot{m}_e h_e \geq 0 \quad [G.4]$$

### **Enfriador y Condensador:**

Para cada caso el dispositivo retira calor de la corriente analizada y lo expulsa a sus alrededores (ambiente, fluido refrigerante), de forma de enfriar o solo condensar la corriente. En cada caso los equipos son considerados **isobáricos**.

$$P_e = P_s$$

$$T_e \geq T_s$$

La salida es líquido comprimido o líquido saturado  $x_s = 0$  para los condensadores

Los balances quedan:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m} \quad [G.5]$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_s h_s - \dot{m}_e h_e \leq 0 \quad [G.6]$$

### **3.5.2 Balances de Materia y Energía en Estado No Estacionario**

En estos sistemas las propiedades dentro del volumen de control varían con el tiempo y quizás con la posición, en cuyo caso son denominados **No Uniformes**. Son típicamente: llenados y vaciados de tanque, procesos de calentamiento o enfriamiento, arranques o paradas de planta. En este caso las ecuaciones 3.11 y 3.16, deben ser resueltas como un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden.

Pueden darse casos donde se pueden desacoplar ambas ecuaciones haciendo su integración sencilla. Esto se da cuando si bien son sistemas **No Estacionarios** el **Flujo** en ellos es **Uniforme**. Para poder clasificar así un sistema se debe cumplir:

- Las propiedades termodinámicas dentro del VC si bien cambian con el tiempo, no cambien con la posición.
- Las propiedades termodinámicas a las entradas y a las salidas del VC, no cambien significativamente con el tiempo ( $h_{e,s}; z_{e,s}; Vel_{e,s}; s_{e,s}; \dot{m}_{e,s}$ )

Si esto se cumple, las ecuaciones 3.11 y 3.16 pueden ser integradas en el tiempo de duración del proceso transitorio:

$$\int_1^2 \sum \dot{m}_e dt - \int_1^2 \sum \dot{m}_s dt = \int_1^2 (dm)_{vc}$$

$$\sum m_e - \sum m_s = m_2 - m_1 \quad [3.19]$$

$$\int_1^2 \dot{Q} dt + \int_1^2 \sum_k \dot{m}_e \left( \frac{1}{2} V^2 + gz + h \right)_e dt - \int_1^2 \dot{W} dt - \int_1^2 \sum_k \dot{m}_s \left( \frac{1}{2} V^2 + gz + h \right)_s dt = \int_1^2 (dU)_{vc}$$

$$Q_{12} + \sum_k m_e \left( \frac{1}{2} v^2 + gz + h \right)_e - W_{12} - \sum_k m_s \left( \frac{1}{2} v^2 + gz + h \right)_s = U_2 - U_1 \quad [3.20]$$



**Tabla Resumen – Primera Ley**

<b>Tipo de Sistema</b>	<b>Balance de Masa</b>	<b>Balance de Energía</b>
Abierto NE No Uniforme	$\sum_k \dot{m}_e - \sum_k \dot{m}_s = \left(\frac{dm}{dt}\right)_{vc}$	$\dot{Q} + \sum_k \dot{m}_e \left(\frac{1}{2}V^2 + gz + h\right)_e - \dot{W} - \sum_k \dot{m}_s \left(\frac{1}{2}V^2 + gz + h\right)_s = \left(\frac{dU}{dt}\right)_{vc}$
Abierto NE Uniforme	$\sum_k m_e - \sum_k m_s = m_f - m_i$	$Q_{if} + \sum_k m_e \left(\frac{1}{2}V^2 + gz + h\right)_e - W_{if} - \sum_k m_s \left(\frac{1}{2}V^2 + gz + h\right)_s = U_f - U_i = m_f u_f - m_i u_i$
Abierto Estacionario	$\sum_k \dot{m}_e - \sum_k \dot{m}_s = 0 \Rightarrow \dot{m}_e = \dot{m}_s$	$\dot{Q} + \sum_k \dot{m}_e \left(\frac{1}{2}V^2 + gz + h\right)_e - \dot{W} - \sum_k \dot{m}_s \left(\frac{1}{2}V^2 + gz + h\right)_s = 0$
Cerrado	$0 = \left(\frac{dm}{dt}\right)_{vc} \Rightarrow m_f = m_i$	$Q_{if} - W_{if} = U_f - U_i = m_f u_f - m_i u_i$

### 3.6 Cálculo de Energía Interna y Entalpía específicas

En el análisis termodinámico de algunos sistemas surge la suma de la energía interna y del producto de la Presión con el Volumen, por lo que resultó conveniente agrupar dichas propiedades en una nueva propiedad termodinámica de nombre **Entalpía**:

$$H = U + PV, \quad [H] = kJ$$

donde ya definimos, U como la energía asociada a la condición interna de las partículas de un sistema, constituyendo la sumatoria de todas las formas de energía microscópicas presentes en el sistema.

También puede ser expresada en términos específicos:

$$h = u + Pv, \quad [h] = kJ / kg$$

#### 3.6.1 Calores Específicos

El calor específico relaciona el cambio de energía de un sistema con la cantidad de energía añadida por transferencia de calor. Para sustancias compresibles este valor depende de si P o v del sistema fueron mantenidos fijos durante la medición, por tanto, se definen para sustancias puras simples compresibles como:

$$C_i = \left( \frac{\delta q}{\partial T} \right)_i = \begin{cases} C_v = \left( \frac{\delta q}{\partial T} \right)_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \\ C_p = \left( \frac{\delta q}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \end{cases}$$

Se ha demostrado empíricamente que los calores específicos dependen polinomialmente con la temperatura, encontrándose en la literatura expresiones tales como:

$$C_p = a + bT + cT^2 + dT^3$$

#### 3.6.2 Tablas de propiedades

Tanto h como u al ser propiedades termodinámicas intensivas quedan definidas al determinar el estado termodinámico, es decir, al conocer otras dos propiedades intensivas e independientes entre sí, tal y como fue visto para el volumen específico.

Para las zonas de saturación, las tablas suministran información sobre  $u_f$ ,  $u_g$ ,  $h_f$  y  $h_g$ , para cada presión o temperatura de saturación. Luego la energía interna y entalpía de una mezcla bifásica podrán ser estimadas según:

$$u = (1 - x)u_f + xu_g = u_f + x(u_g - u_f) = u_f + xu_{fg}$$

$$h = (1 - x)h_f + xh_g = h_f + x(h_g - h_f) = h_f + xh_{fg}$$

### 3.6.3 Aplicación a Gases Ideales

James Joule en uno de sus famosos experimentos demostró que la energía interna de un gas de comportamiento ideal solo depende de la temperatura del sistema,  $u = u(T)$ .

Si lo anterior es cierto luego la entalpía de un gas ideal también dependerá solo de la temperatura del sistema  $h = h(T)$ , ya que:

$$h = u + Pv = u + RT$$

De las definiciones anteriores de **capacidad calorífica** se puede concluir que:

$$du = C_V(T)dT \Rightarrow \Delta u_{12} = u_2 - u_1 = \int_1^2 C_V dT \propto \bar{C}_V (T_2 - T_1)$$

$$dh = C_p(T)dT \Rightarrow \Delta h_{12} = h_2 - h_1 = \int_1^2 C_p dT \propto \bar{C}_p (T_2 - T_1)$$

Donde se puede demostrar que:  $C_p(T) - C_V(T) = R$ , denominada la **Ley de Mayer**.

También se puede definir el **Índice Adiabático** como:  $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$

### 3.6.4 Aplicación a Sólidos y Líquidos incompresibles

#### Aproximación para líquidos usando propiedades de líquido saturado

Para líquidos los valores de  $u$  y  $v$  varían muy poco con los cambios de presión a condiciones temperatura constante, por lo cual resulta razonable en cálculos ingenieriles aproximar a los valores de saturación:

$$v(T, P) \approx v_f(T)$$

$$u(T, P) \approx u_f(T)$$

Para la entalpía esto no resulta cierto para grandes cambios de presión por lo que se emplea la siguiente la siguiente aproximación:

$$h = u + Pv \Rightarrow h(T, P) \approx u_f(T) + Pv_f(T)$$

Quedando:

$$h(T, P) \approx h_f(T) + v_f(T)[P - P^{sat}(T)]$$

#### Modelo de sustancias incompresible

El modelo de sustancia incompresible asume que el volumen específico (densidad) es constante y la energía interna depende solamente de la temperatura. Este es un comportamiento exhibido por líquidos y sólidos.

$$v = v(T)$$

$$u = u(T)$$

Luego para una sustancia incompresible, el calor específico a volumen constante solo dependerá de la temperatura:

$$C_v = \left( \frac{du}{dT} \right)$$

Por tanto se puede definir:  $du = C_v(T)dT$  y como  $h = u + Pv \Rightarrow dh = du + Pd v + v dP$  :

$$\left( \frac{dh}{dT} \right)_p = \left( \frac{du}{dT} \right) \Rightarrow C_v = C_p, \text{ para sustancias incompresibles}$$

En tal sentido para una **sustancia incompresible** queda:

$$du = C(T)dT$$

$$\Delta u_{12} = u_2 - u_1 = \int_1^2 C(T)dT \approx \bar{C}(T_2 - T_1)$$

$$dh = du + Pd v + v dP = C(T)dT + v dP$$

$$\Delta h_{12} = h_2 - h_1 = \int_1^2 C(T)dT + v_1(P_2 - P_1) \approx \bar{C}_p(T_2 - T_1) + v_1(P_2 - P_1)$$

### 3.6.5 Estados de Referencia

Sólo las diferencias de energía, en vez de los valores absolutos de energía, tienen significación física, tanto a nivel atómico como en sistemas macroscópicos.

Convencionalmente se adopta algún estado particular de un sistema como estado de referencia, la energía del cual se asigna arbitrariamente un valor (p.ej. cero). La energía de un sistema en cualquier otro estado, relativa a la energía del sistema en el estado de referencia  $(T_{ref}, P_{ref}, u_{ref}, h_{ref}, s_{ref})$ , se llama la energía termodinámica del sistema en ese estado.

$$u_i = u_{ref} + \Delta u_{ref \rightarrow i}$$

Por ejemplo, los valores suministrados en las tablas de propiedades son relativos a estados y valores de referencia escogidos por el autor

### 3.7 Ejemplos

► **3.1** Determine una relación entre P y V o T de los estados iniciales y finales para Gas Ideal en un sistema cerrado que sufre un proceso adiabático

Procesos donde la entropía del sistema permanece constante, dada la inexistencia de transferencia de calor (Adiabático) y de irreversibilidades (Reversible)

De 1era Ley podemos deducir que:  $Q = 0 \Rightarrow -W = \Delta U$

$$W_{REV} = \int PdV = \int \frac{mRT}{V} dV$$

$$\Delta U = \int mC_V dT$$

$$-\int \frac{mRT}{V} dV = \int mC_V dT$$

Aquí las masa salen de la integral y se cancelan ya que son constantes, para luego integrar por separación de variables.

$$-\int \frac{RT}{V} dV = \int C_V \frac{dT}{T}$$

Como  $C_V$  es función de T definimos el índice adiabático de gas como  $\gamma = C_P / C_V$  (el cual está demostrado es constante con T), reacomodamos y sustituimos para integrar.

$$-\int \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = \int \frac{dT}{T}$$

$$\int \frac{C_V - C_P}{C_V} \frac{dV}{V} = \int \left(1 - \frac{C_P}{C_V}\right) \frac{dV}{V} = \int (1 - \gamma) \frac{dV}{V} = \int \frac{dT}{T}$$

$$(1 - \gamma) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{(1-\gamma)}$$

De conocimientos de 2da Ley tenemos los mismos resultados:

$$\Delta S = 0 \Rightarrow S_2 = S_1$$

$$ds = 0 = \bar{C}_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{C_V/R} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$ds = 0 = \bar{C}_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1/\gamma}$$

Las expresiones anteriores escritas en función de P y V dan para un proceso Adiabático - Reversible en un sistema de masa constante

$$P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Rightarrow P v^\gamma = cte$$

► **3.2** Determine una expresión para el trabajo que sufre un sistema que contiene un Gas Ideal y sufre un Proceso Politrópico, únicamente en función de P y V de los estados iniciales y finales

Para gases reales los procesos de expansión y compresión pueden describirse como  $PV^\kappa = cte$ . Cuando las sustancias siguen este comportamiento se dice sufren un Proceso politrópico.

$$W_{REV} = \int P dV = \int_1^2 \frac{C}{V^\kappa} dV = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \kappa}$$

Si es un gas ideal la expresión se reduce a  $W_{REV} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - \kappa}$  donde  $\kappa \neq 1$

► **3.3** Un gas ideal sufre un ciclo de acuerdo a los datos presentados a la tabla 2. Determine los valores de A, B, C y D.

	Q(kJ)	W(kJ)	ΔE(kJ)
<b>1→2</b>	<b>A</b>	100	100
<b>2→3</b>	<b>B</b>	-50	<b>C</b>
<b>3→1</b>	100	<b>D</b>	-200

**Solución:**

Realizando balances de energía en cada punto del proceso se tiene:

**Proceso de 1→2**

$$Q_{12} - W_{12} = \Delta U_{12} \Rightarrow Q_{12} = \Delta U_{12} + W_{12} \Rightarrow \boxed{Q_{12} = 200kJ}$$

**Proceso de 2→3**

$$Q_{23} - W_{23} = \Delta U_{23} \Rightarrow \boxed{B + 50 = C} \quad (1)$$

**Proceso de 3→1**

$$Q_{31} - W_{31} = \Delta U_{31} \Rightarrow W_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} \Rightarrow \boxed{W_{31} = 300kJ}$$

Como es un ciclo se sabe que:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta E_{12} + \Delta E_{23} + \Delta E_{31} \Rightarrow 100 + C - 200 \Rightarrow \boxed{C = 100kJ}$$

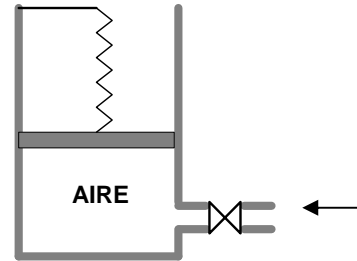
Al sustituir en (1) el valor de C se tiene que  $\boxed{B = 50kJ}$

Por lo tanto:

$$\begin{array}{l} \boxed{A = 200kJ} \\ \boxed{B = 50kJ} \\ \boxed{C = 100kJ} \\ \boxed{D = 300kJ} \end{array}$$

► **3.4** Un sistema cilindro-pistón adiabático como el de la figura contiene inicialmente 0,2 m<sup>3</sup> de aire a 200 kPa y 22°C. En este estado, un resorte lineal toca el émbolo pero no ejerce fuerza sobre él. El cilindro está conectado por medio de una válvula a una línea que suministra aire a 800 kPa y 22°C. La válvula es abierta y el aire de la línea de alta presión entra al cilindro. La válvula es cerrada cuando la presión en el interior llega a 600 kPa. Si el volumen encerrado dentro del cilindro se duplica durante el proceso, determine la:

- masa que entró al cilindro
- temperatura final del proceso



**Solución:**

**Estado Inicial:**

$$V_1 = 0,2 \text{ m}^3$$

$$P_1 = 200 \text{ kPa}$$

$$T_1 = 22^\circ \text{C}$$

El resorte toca el émbolo pero no ejerce fuerza sobre él, esto significa que el equilibrio del resorte es  $V_{\text{eq}} = 0,2 \text{ m}^3$ .

**Datos de la línea de entrada:**

$$P_L = 800 \text{ kPa}$$

$$T_L = 22^\circ \text{C}$$

**Estado Final:**

Entra aire al cilindro

$$P_2 = 600 \text{ kPa}$$

$$V_2 = 2V_1 = 0,4 \text{ m}^3.$$

**Tipo de sistema: Sistema Abierto.**

En los llenados suponemos Flujo uniforme.

Balance de masa: 
$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s$$

Sólo hay masa que entra, por lo tanto:  $m_e = m_2 - m_1$

Para flujo uniforme usamos masas y no flujos de masa, por lo tanto no se coloca el punto encima de la m.

**Balance de energía (Primera Ley):** Tomando como volumen de control al tanque

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum \dot{Q} - \sum \dot{W} + \sum \dot{m}_e E_e - \sum \dot{m}_s E_s$$

La expresión de la Primera Ley simplificada queda de la siguiente manera:

$$m_2 u_2 - m_1 u_1 = -W + m_e h_e$$

$Q = 0$  ya que el cilindro es adiabático.

Y como se menciona anteriormente  $m_s = 0$  ya que sólo hay entrada de masa.

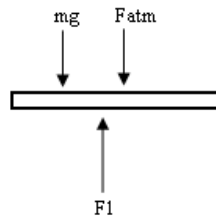
### Balance de Fuerzas en el pistón:

- **Inicialmente** (cuando el resorte no ejerce fuerza sobre el émbolo)

$$F_1 = F_{atm} + m \cdot g$$

$$A \cdot P_1 = A \cdot P_{atm} + m \cdot g$$

$$P_1 = P_{atm} + \frac{m \cdot g}{A}$$

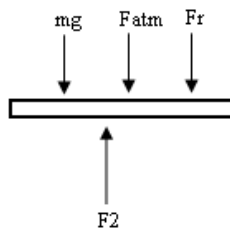


Conocemos  $P_1$  y  $P_{atm}$ , así que de esta ecuación podemos hallar la relación masa - área.

$$\frac{m \cdot g}{A} = P_1 - P_{atm}$$

$$\frac{m \cdot g}{A} = 200kPa - 100kPa = 100kPa$$

- **Finalmente** (cuando el resorte ejerce fuerza sobre el émbolo)



$$F_2 = F_{atm} + m \cdot g + K \cdot x$$

$$A \cdot P_2 = A \cdot P_{atm} + m \cdot g + \frac{K \cdot V}{A}$$

$$P_2 = P_{atm} + \frac{m \cdot g}{A} + \frac{K \cdot (V_2 - V_{eq})}{A^2}$$

Ahora de esta otra ecuación despejamos  $\frac{K}{A^2}$

$$\frac{K}{A^2} = \frac{(P_2 - P_1)}{(V_2 - V_{eq})} = \frac{600kPa - 200kPa}{0,4m^3 - 0,2m^3} = 2000 \frac{kPa}{m^3}$$

### Cálculo del trabajo:

Por definición  $W = \int_{V_1}^{V_2} PdV$

Entonces:  $W = \int_{V_1}^{V_2} P_{atm} + \frac{m \cdot g}{A} + \frac{K}{A^2} \cdot (V - V_{eq}) \cdot dV$

$$W = \int_{0,2}^{0,4} 100 + 100 + 2000 \cdot (V - 0,2) \cdot dV$$

$$W = 80kJ$$

Volviendo a la ecuación (1), vamos a hallar la masa inicial. Para esto consideramos que el comportamiento del aire es ideal.



$$P_1 \cdot V_1 = m_1 \cdot R \cdot T_1$$

$$T_1(K) = 22 + 273.15 = 295.15K$$

$$R = \frac{R_{universal}}{PesoMolecular} = \frac{8,3143 \frac{kPa \cdot m^3}{kmol \cdot K}}{28,96g / gmol} = 0,2871 \frac{kPa \cdot m^3}{Kg \cdot K}$$

$$m_1 = \frac{P_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} \Rightarrow m_1 = 0,47Kg$$

Ahora vamos a desarrollar la ecuación (1):

$$m_2 u_2 - m_1 u_1 = -W + (m_2 - m_1) \cdot h_e$$

$$W = m_1 \cdot (u_1 - h_e) + m_2 \cdot (h_e - u_2)$$

No podemos obtener  $u_1$ ,  $u_2$  y  $h_e$  de tablas ya que no existen tabulaciones de este tipo para el aire. Por lo tanto, basándonos en el modelo de Gas Ideal: Si tomamos  $h_{ref} = 0$  y  $T_{ref} = 0$

$$h_{ref} = u_{ref} + (P \cdot v)_{ref}$$

$$h_{ref} = u_{ref} + R \cdot T_{ref} \rightarrow u_{ref} = 0$$

$$h_{ref} = 0$$

Entonces nuestra referencia para este tipo de análisis es:  $u_{ref} = 0$ .

$$T_{ref} = 0$$

$$\text{Luego: } u_1 = Cv \cdot T_1$$

$$u_2 = Cv \cdot T_2$$

$$h_e = Cp \cdot T_e$$

Sustituyendo en (1):

$$W = m_1 \cdot (Cv \cdot T_1 - Cp \cdot T_e) + m_2 \cdot (Cp \cdot T_e - Cv \cdot T_2)$$

$$\text{De tablas: } Cv = 0,7165 \frac{kJ}{kg \cdot K} \text{ y } Cp = 1,0035 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

Tenemos como incógnitas  $m_2$  y  $T_2$

Sustituyendo  $m_2 = \frac{P_2 \cdot V_2}{R \cdot T_2}$  nos queda una ecuación con  $T_2$  como incógnita.

$$W = m_1 \cdot (Cv \cdot T_1 - Cp \cdot T_e) + \frac{P_2 \cdot V_2}{R \cdot T_2} \cdot (Cp \cdot T_e - Cv \cdot T_2)$$

Despejando y realizando los cálculos correspondientes, resulta:

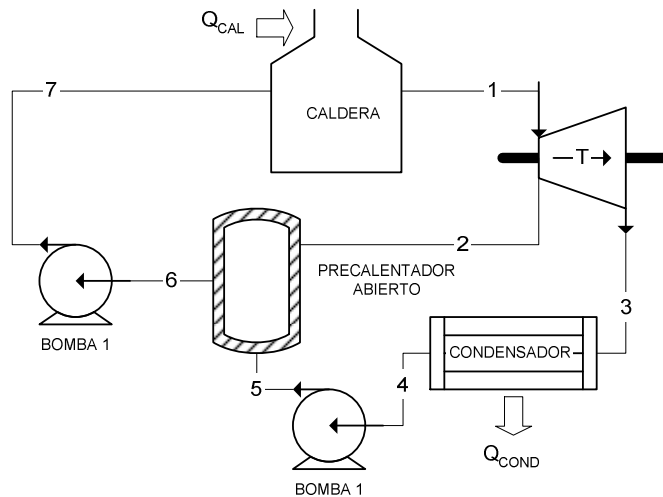
$$T_2 = 344,46K = 71,31^\circ C$$

$$m_2 = \frac{P_2 \cdot V_2}{R \cdot T_2} \Rightarrow m_2 = 2,43Kg$$

Finalmente, la masa que entra:  $m_e = m_2 - m_1 \Rightarrow m_e = 1.96Kg$

► **3.5** La eficiencia térmica de una planta de generación de potencia, se mejora agregando un calentador, que sirve para precalentar la corriente de agua que entra a la caldera. El ciclo de potencia que se encuentra en la figura usa un flujo de 30 kg/s de agua a la entrada de la turbina. Una corriente de 7 kg/s se separa en una de las salidas de la turbina para alimentar el intercambiador abierto o precalentador. Determine:

- La temperatura de salida del precalentador de agua en °C ( $T_6$ ).
- La energía entregada a la caldera en kW ( $Q_{sal}$ )
- El flujo de agua de enfriamiento



Corriente	T(°C)	P(MPa)	x	h(kJ/kg)	m(kg/s)	Estado
1	600	10			30	
2	300	$P_2 = P_5 = P_6$			7	
3		0.02	0.95			
4	40	$P_4 = P_3$				
5		$P_2 = P_5 = P_6$				
6		1.5				
7		$P_7 = P_1$				

**Nota:** No hace falta llenar la tabla, la misma es para su ayuda.

**Solución:**

#### Definición de los estados

Presiones:

- $P_1 = P_7$ , en la caldera se supone que no hay caída de presión
- $P_2 = P_5 = P_6$ , las presiones en un mezclador adiabático deben ser iguales, para prevenir retro mezclado
- $P_3 = P_4$ , las presiones en el mezclador deben ser iguales para que se mezclen y no hay caída de presión en el condensador.

Estados definidos:

- Datos T y P
- Datos P y x
- Datos T y P

Procedemos a definir los estados en base a la información los datos suministrados en el problema y la idealización de los dispositivos. (Usando las tablas de agua)

Estado (1):	$P_1 = 10 \text{ MPa}, T_1 = 600 \text{ }^\circ\text{C},$ Fluido Denso $T > T_C = 647,1\text{K}$ $h_1 = 3629 \text{ kJ/kg}$
Estado (2):	$P_2 = P_6 = 1,5\text{MPa}, T_2 = 300^\circ\text{C}$ VSC $h_2 = 3038 \text{ kJ/kg}$ (Interpolar entre 1 y 2 MPa)
Estado (3)	$P_3 = 0,02\text{MPa}, x_1 = 0,95$ E-L-V $h_3 = 2492\text{kJ/kg}$ (Interpolar entre 1 y 2 MPa)
Estado (4):	$P_4 = P_3 = 0,02\text{MPa}, T_4 = 40^\circ\text{C}$ $T_4 < T_{\text{sat}} @ P_4$ es LC no hay datos en la tablas de LC: $h_4 = h_{\text{LC}} \approx h_{f@-40} + v_{f@-40} (P_4 - P_{\text{sat}@-40}) = 167,54 \text{ kJ/kg}$
Estado (5):	$P_5 = P_6 = 1,5\text{MPa}$ a la salida de la bomba es LC, $h_4 - h_5 =$ es el negativo del trabajo de la bomba
Estado (6)	$P_6 = 1,5\text{MPa}$
Estado (7)	$P_7 = P_1 = 10\text{MPa}$
Estado (8,9)	$\Delta T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$
Estado (10)	$P_{10} = 100\text{kPa}; T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
Estado (11)	$P_{11} = 500\text{kPa},$

### a. Temperatura de salida del agua en °C del precalentador (T6).

#### Volumen de control: el precalentador de agua

Balance de masa:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s \Rightarrow \sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s$$

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_2 + \dot{m}_5 \Rightarrow \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_6} = x; \frac{\dot{m}_5}{\dot{m}_6} = 1 - x;$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_6 = \dot{m}_7$$

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4 = \dot{m}_5$$

Balance de 1<sup>era</sup> Ley:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum \dot{Q} - \sum \dot{W} + \sum \dot{m}_e h_e - \sum \dot{m}_s h_s$$

$$\dot{m}_6 h_6 = \dot{m}_5 h_5 + \dot{m}_2 h_2 \Rightarrow h_6 = \frac{\dot{m}_5}{\dot{m}_6} h_5 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_6} h_2 = (1 - x)h_5 + xh_2$$

Para definir  $h_5$ , se puede tomar como volumen de control la bomba de baja presión. El estado 5 se define con  $P_5$  y el trabajo consumido por la bomba entre el estado 4 y 5:

Balance de 1<sup>era</sup> Ley para una bomba adiabática:

$$\frac{\dot{W}_B}{\dot{m}_e} = \dot{w}_B = (h_e - h_s) = (h_4 - h_5)$$

El fluido a la salida de la bomba es líquido comprimido, y sus propiedades pueden ser estimadas suponiendo fluido incompresible.

$$dh = du + d(pv) = du + vdp + pdv$$

$$u_{lc} \approx u_{f@T} \Rightarrow du = 0; \quad v_{lc} \approx v_{f@T} \Rightarrow dv = 0; \quad \Rightarrow dh = +vdp$$

$$h_5 = h_4 + v_{f@T_4}(P_5 - P_4)$$

$$h_5 = 167,54 \text{ kJ/kg} + (0,01008) \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} (150-20)\text{kPa} = 169,04 \text{ kJ/kg}$$

Estado (6)                      Datos:  $P_6 = 1,5\text{MPa}$ ;  
 $h_6 = (1-x)h_5 + xh_2 = 833,30\text{kJ/kg}$   
 $h_6 < h_{f@P_6}$  es LC, no hay datos en la tablas

Interpolando  $h$  entre los valores de entalpía de líquido saturado:

$$T_6 = 196,9^\circ\text{C}$$

## b. La energía entregada en la caldera

Se puede tomar dos diferentes volúmenes de control para calcular el calor entregado por la caldera.

### Volumen de control: Caldera y Bomba de alta presión

Tiene la ventaja de obtener el calor en función de las entalpías predefinidas no tener que definir la entalpía 7.

Balance de masa:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s \Rightarrow \sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_6$$

Balance de 1<sup>era</sup> Ley:

$$\sum \dot{Q} = \sum \dot{W} + \sum \dot{m}_s h_s - \sum \dot{m}_e h_e$$

$$\dot{Q} = \dot{W} + \dot{m}_1 (h_1 - h_6)$$

$$\dot{Q}_{cald} = \dot{m}_1 \left[ \dot{w}_B + (h_1 - h_6) \right] = \dot{m}_1 \left[ -v_{f@T_6}(P_7 - P_6) + (h_1 - h_6) \right]$$

$$\dot{Q} = 8388,65\text{kJ/sec}$$

### c. El flujo de agua de enfriamiento

#### Volumen de control: Condensador

Balance de masa:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s \Rightarrow \sum \dot{m}_e = \sum \dot{m}_s$$
$$\dot{m}_3 = \dot{m}_4$$

Balance de 1<sup>era</sup> Ley:

$$\dot{Q}_{cond} = 0 = \dot{m}_3(h_4 - h_3) = \dot{m}_{h20}(h_{7f} - h_{8f})$$

Por modelo de sustancia incompresible:

$$\dot{m}_{h20}(h_{7f} - h_{8f}) = Cp(T_7 - T_8)$$

Por tanto el flujo de agua de enfriamiento se puede calcular como:

$$\dot{m}_{h20} = \frac{\dot{m}_3(h_4 - h_3)}{Cp(T_7 - T_8)}$$

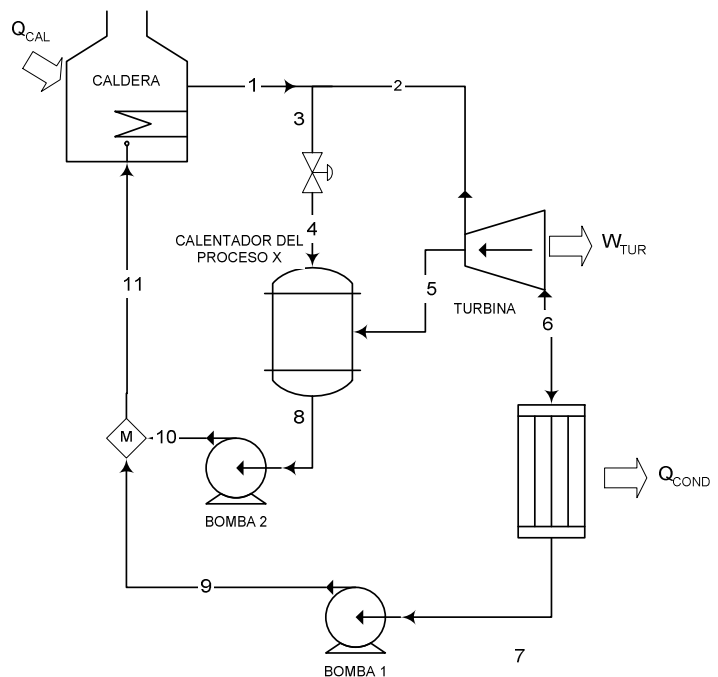
$$\dot{m}_{h20} = 511,59 \text{ kg / sec}$$

### 3.8 Problemas Propuestos

► **3.6** Se tiene un tanque rígido adiabático de volumen  $V_1$  que contiene un gas de comportamiento ideal a una presión  $P_1$  y a una temperatura  $T_1$ . Dicho tanque está conectado a una línea que contiene una válvula a través de la cual se vacía el tanque. Se abre la válvula y se permite que salga el gas hasta que la presión interna del tanque se iguala a la de la línea,  $P_2$  ( $P_2 < P_1$ ). Determinar la relación entre la temperatura final e inicial del tanque ( $T_2/T_1$ ) en función de las presiones pertinentes. Obtenga la solución **exacta** del problema.

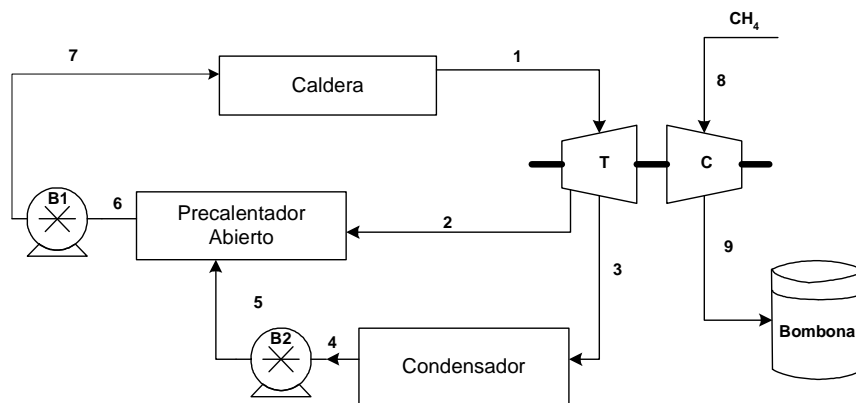
► **3.7** Considere la siguiente planta de cogeneración en la cual entra a la turbina vapor de agua a 7 MPa y 500 °C (1). El 70% (en masa) de este vapor se extrae de la turbina a 500 kPa y 99,5% de calidad (5) para el calentamiento de un proceso "X" y el vapor restante continúa su expansión hasta 5 kPa y 80% de calidad (6). Después el vapor se condensa a presión constante (7) y se bombea hasta 7 MPa (9), que es la presión de la caldera. En momentos de alta demanda de calor para el proceso, un 10% (en masa) del vapor que sale de la caldera se estrangula hasta 500 kPa (4) y se envía al calentador ( $m_3=0,1m_1$ ). Las fracciones de extracción se ajustan de modo que la salida del calentador sea líquido saturado a 500 kPa (8), que luego es bombeado hasta 7 MPa. La tasa de flujo másico de vapor a la salida de la caldera es de 15 kg/s. Descarte toda caída de presión en las tuberías, calentadores y condensadores, así como cualquier pérdida térmica en tuberías, bombas y turbinas. Si la entalpía de la corriente (11) es 511,66 kJ/kg, determine:

- La cantidad de calor que puede suministrarse al proceso "X"
- La potencia producida en la turbina
- El calor suministrado por la caldera



► **3.8 (modificación de Problema 3.5)** La eficiencia térmica de una planta de generación de potencia, se mejora agregando un calentador, que sirve para precalentar la corriente de agua que entra a la caldera. El ciclo de potencia que se encuentra en la figura usa un flujo de 30 kg./s de agua a la entrada de la turbina. Una corriente de 7 kg/s se separa en una de las salidas de la turbina para alimentar el intercambiador abierto o precalentador. El 5% de la potencia generada por la turbina en dicho ciclo es usada para accionar un compresor que trabaja en sistema de llenado de bombonas de metano (CH<sub>4</sub>). El metano a condiciones 20°C y 100kPa es comprimido a una presión de 500kPa, y después transferido a las bombonas. Determine:

1. La temperatura de salida del agua en °C del precalentador de agua (T<sub>6</sub>).
2. La energía entregada a la caldera en kW. (Q<sub>sal</sub>)
3. Cantidad de bombonas de volumen 6m<sup>3</sup>, que se llenan en un día.
4. El calor perdido al ambiente, por bombona, durante el proceso de llenado en kJ. (Q<sub>bomb</sub>).



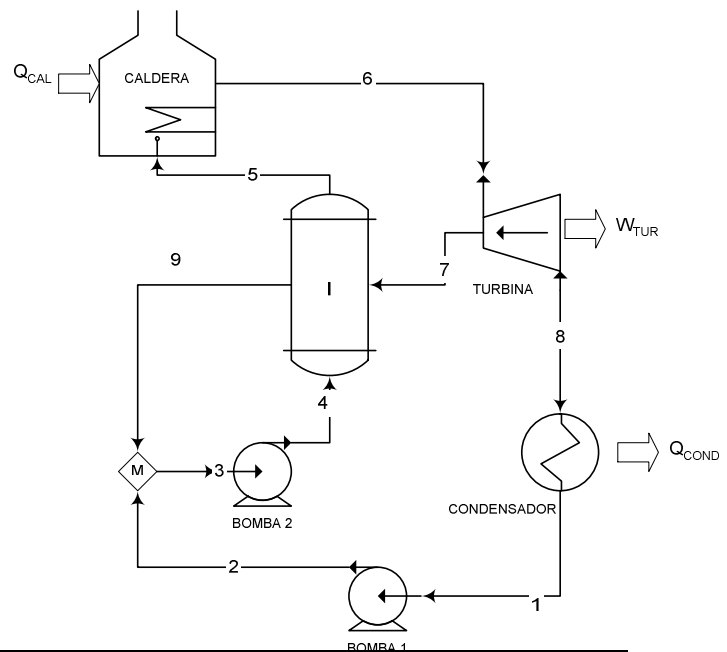
Corriente	T(°C)	P(MPa)	x	h(kJ/kg)	m(kg/s)	Estado
1	600	10			30	
2	300				7	
3		0.02	0.95			
4	40					
5						
6		1.5				
7						
8	20	0.1				
9		0.5				

**Nota:** No hace falta llenar la tabla, la misma es para su ayuda.

**Datos adicionales:** El metano tiene las siguientes propiedades termodinámicas: Cp° = 1.736 kJ/kg-K, Cv° = 1.736 kJ/kg-K, PM= 16 y puede considerarse un **gas de comportamiento ideal** a estas condiciones.

► **3.9** En la turbina de una planta de generación de potencia entra vapor de agua a 7 MPa y 500 °C. Una cuarta parte (en masa) de ese vapor se extrae de la turbina a 600 kPa para precalentar la corriente 4 en el intercambiador. El vapor restante continúa expandiéndose hasta 10 kPa. Este vapor se condensa después y se mezcla en una con la corriente 9. Puede suponer que las bombas, la turbina y el intercambiador de calor son adiabáticos, y que las tuberías no presentan caídas de presión. Si la tasa de flujo másico en la caldera es de 30 kg/s y las salidas de la turbina son vapor saturado ( $x=1$ ), determine:

- La potencia desarrollada en la turbina
- La potencia calórica requerida en el condensador si su salida es líquido saturado
- Estime el calor requerido en la caldera si el trabajo de las bombas es despreciable



N	T	P	x	m (Kg/s)	Estado	h (kJ/kg)
1			0		LS	
2						
3						
4						
5				30		
6	500°C	7MPa	-	m		
7		600kPa	1	m/4	VS	
8		10kPa	1		VS	
9						

► **3.10** Se tiene un sistema cilindro pistón adiabático como el mostrado en la figura. El cilindro vertical de área transversal 0,5 m<sup>2</sup>, contiene dos compartimientos (el superior es A y el inferior es B). Inicialmente el compartimiento A que contiene nitrógeno, se encuentra a una presión de 229,03 kPa y una calidad del 70%, ocupando una longitud de 0,4 m, mientras que el compartimiento B contiene amoníaco a una presión de 150 kPa y temperatura de 20 °C, ocupando una longitud de 0,6 m, separados ambos espacios por un pistón adiabático de espesor despreciable y masa 1050 kg. A continuación, se retiran los pasadores que sostienen el pistón inicialmente, alcanzando el sistema equilibrio mecánico, instante en el que la temperatura del compartimiento B es de 40 °C.

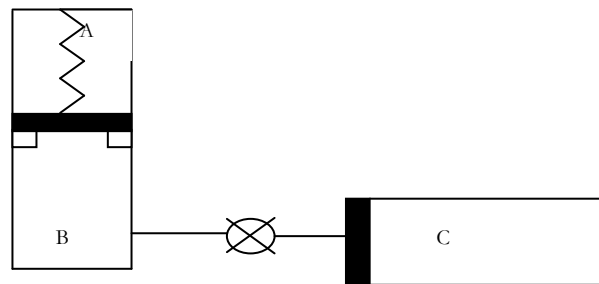


- a. Defina los estados 1 y 2 en ambos compartimientos.

A continuación se retira el aislante del sistema y se abre la válvula hasta que el fluido ocupe un volumen en el cilindro C de  $0,45 \text{ m}^3$  y la temperatura en el compartimiento B sea de  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ .

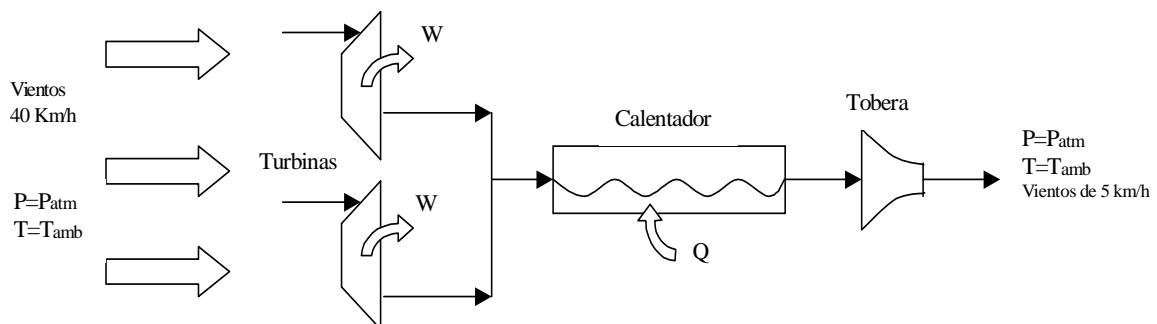
- b. Defina la masa en el cilindro C en el estado 3.  
c. Calcule el calor transferido en el proceso.

**Datos adicionales:** presión atmosférica =  $100 \text{ kPa}$ , constante de aceleración de gravedad =  $9,8 \text{ m/s}^2$ , altura de equilibrio del resorte medida desde la base del cilindro =  $0,5 \text{ m}$ , constante del resorte =  $150 \text{ kN/m}$ , espesor del pistón y de los pasadores despreciable.



► **3.11** La ciudad de Chicago (Illinois, EEUU) con altos rascacielos de vidrio y concreto se encuentra situada a orillas del Lago Michigan. La diferencia de presiones existente entre el aire sobre el cuerpo de agua y el aire sobre la tierra dan origen a corrientes que fluyen hacia la ciudad, las cuales al encontrarse con las superficies lisas y planas de los edificios son aceleradas y dirigidas a altas velocidades a las calles y avenidas, a esto se debe el apodo de "La ciudad de los vientos". Un ingeniero que posee su oficina cerca del lago desea aprovechar las velocidades de los vientos para generar potencia y así disminuir su elevada cuenta de electricidad. Para esto, diseñó un sistema como el que se muestra en la figura, el cual aprovecha una corriente de aire a  $40 \text{ km/h}$  para alimentar las turbinas. Por regulaciones, la corriente de salida al final del proceso, debe tener la misma velocidad que la del lugar en donde es liberada. Calcule:

- a. El flujo másico en cada turbina.  
b. La potencia total generada.  
c. El valor de la potencia calórica en el calentador.  
d. Si el KW.h en Chicago tiene un costo de  $0.07 \text{ \$}$  diga cuánto ahorra el ingeniero al día.



**Datos adicionales:** El radio de la tubería de entrada a cada una de las turbinas es de  $10 \text{ cm}$ . La presión atmosférica es de  $100 \text{ KPa}$  y la temperatura ambiental es de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . La temperatura a la salida de las turbinas es de  $5 \text{ }^\circ\text{C}$ .